

Exam. Code : 213101

Subject Code : 3925

M.A. Economics Ist Semester

QUANTITATIVE METHODS FOR ECONOMISTS—I

Paper—MAE-103

Time Allowed—3 Hours] [Maximum Marks—100

Note :— Attempt FIVE questions, selecting at least ONE question from each section.

SECTION—A

- I. (a) If $y = \int \frac{1+x}{1-x} dx$ find $\frac{dy}{dx}$.
- (b) Prove that for the demand curve $qp^{-a} = b$, where a, b are constants elasticity of demand $n_d = -a$.
- (c) Given the total cost function $\pi = 60 - 12q + 2q^2$. Find AC and MC; hence show that slope of AC curve $= \frac{1}{q} [MC - AC]$. 6,7,7
- II. (a) If $\mu = \log(x^2 + y^2)$ show that :

$$\frac{\partial^2 \mu}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mu}{\partial y^2} = 0.$$

- (b) Verify Euler's Theorem :

$$\mu = x^m y^N + x^N y^m. \quad 10,10$$

SECTION—B

III. (a) Find the point where the utility function $U = 48 - (x - 5)^2 - 3(y - 4)^2$ will have maximum or minimum value if it is subject to a budget constraint $x + 3y = 9$.

(b) Show that the maximum value of the function :

$$y = x^3 - 27x + 108$$

is 108 more than the minimum value. 10,10

IV. (a) Evaluate :

(i) $\int \frac{1}{\sqrt{x-1} - \sqrt{x+1}} dx$

(ii) $\int \frac{x^3}{x+1} dx$.

(b) Under pure competition for a commodity the demand and supply functions are

$$p_d = \frac{8}{x+1} - 2, \quad p_s = \frac{1}{2}(x+3)$$

respectively. Find the consumer's surplus and producer's surplus. 10,10

SECTION—C

V. (a) Prove that :

$$\begin{vmatrix} 1+1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc \left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right).$$

(b) Find the inverse of :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad 10,10$$

VI. (a) Write the quadratic form corresponding to the symmetric matrix :

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 5 & 0 & -2 \\ 3 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

(b) Given that :

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$$

Show that $(ABC)' = C'B'A'$. 10,10

SECTION—D

VII. Solve the following L.P.P. by Simplex method :

$$\text{Maximise } Z = 20x_1 + 30x_2$$

subject to constraints :

$$3x_1 + 3x_2 \leq 36$$

$$5x_1 + 2x_2 \leq 50$$

$$2x_1 + 6x_2 \leq 60$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

20

VIII.(a) Explain shadow prices and their uses.

- (b) In a game matching coins with two players, suppose A wins one unit of value when there are two heads, wins nothing when there are two tails and loses $1/2$ unit when there are one tail and one head. Determine the pay off matrix, the best strategies for each player and the value of game to player A.

10,10

(Punjabi Version)

ਨੋਟ : ਹਰੇਕ ਭਾਗ ਵਿੱਚੋਂ ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਇੱਕ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਚੁਣਦੇ ਹੋਏ ਕੋਈ ਪੰਜ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਕਰੋ।

ਭਾਗ—ੳ

I. (ੳ) ਜੇ $y = \int \frac{1+x}{1-x} dx$ ਪਤਾ ਕਰੋ $\frac{dy}{dx}$.

(ਅ) ਸਾਬਤ ਕਰੋ ਕਿ ਮੰਗ ਵਕਰ $qp^{-a} = b$, ਜਿੱਥੇ a, b ਸਥਿਰ ਮੰਗ ਲੋਚ $n_d = -a$ ਹਨ।

(ੲ) ਕੁੱਲ ਲਾਗਤ ਕਾਰਜ $\pi = 60 - 12q + 2q^2$ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। AC ਅਤੇ MC ਪਤਾ ਕਰੋ। ਨਾਲ ਹੀ ਦਰਸਾਓ ਕਿ

$$AC \text{ ਵਕਰ} = \frac{1}{q} [MC - AC] \text{ ਹੈ।} \quad 6,7,7$$

II. (ੳ) ਜੇ $\mu = \log(x^2 + y^2)$ ਦਰਸਾਓ ਕਿ :

$$\frac{\partial^2 \mu}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mu}{\partial y^2} = 0.$$

(ਅ) ਯੂਲਰ ਦੇ ਥਿਊਰਮ ਦੀ ਪੁਸ਼ਟੀ ਕਰੋ :

$$\mu = x^m y^N + x^N y^m. \quad 10,10$$

ਭਾਗ—ਅ

III. (ੳ) ਬਿੰਦੂ ਦਾ ਪਤਾ ਲਗਾਓ ਜਿੱਥੇ ਉਪਯੋਗਤਾ ਫੰਕਸ਼ਨ
 $U = 48 - (x - 5)^2 - 3(y - 4)^2$ ਕੋਲ ਅਧਿਕਤਮ ਜਾਂ
 ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਮੁੱਲ ਹੋਵੇਗਾ ਜੋ ਇਹ ਬਜਟ ਦੇ ਨਿਯੰਤ੍ਰਣ
 $x + 3y = 9$ ਦੇ ਅਧੀਨ ਹੈ।

(ਅ) ਇਹ ਦਿਖਾਓ ਕਿ ਕਾਰਜ ਦੇ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਮੁੱਲ :

$$y = x^3 - 27x + 108$$

ਘੱਟੋ-ਘੱਟ ਮੁੱਲ ਤੋਂ 108 ਵੱਧ ਹੈ। 10,10

IV. (ੳ) ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰੋ :

$$(i) \int \frac{1}{\sqrt{x-1} - \sqrt{x+1}} dx$$

$$(ii) \int \frac{x^3}{x+1} dx.$$

(ਅ) ਕੋਮੋਡਿਟੀ ਲਈ ਸ਼ੁੱਧ ਪ੍ਰਤੀਯੋਗਤਾ ਦੇ ਅਧੀਨ ਮੰਗ ਅਤੇ
 ਸਪਲਾਈ ਦੇ ਕਾਰਜ ਹਨ :

$$p_d = \frac{8}{x+1} - 2, \quad p_s = \frac{1}{2}(x+3)$$

ਕ੍ਰਮਵਾਰ। ਖਪਤਕਾਰ ਦੇ ਸਰਪਲੱਸ ਅਤੇ ਉਤਪਾਦਕ ਦੇ
 ਸਰਪਲੱਸ ਗਿਆਤ ਕਰੋ। 10,10

ਭਾਗ-ੲ

V. (ੳ) ਸਾਬਤ ਕਰੋ ਕਿ :

$$\begin{vmatrix} 1+1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc \left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right).$$

(ਅ) ਇਹਨਾਂ ਦਾ ਉਲਟ ਗਿਆਤ ਕਰੋ :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad 10,10$$

VI. (ੳ) ਸੀਮੈਟਰਿਕ ਮੈਟਰਿਕਸ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਵਰਗਾਤਮਕ ਰੂਪ ਲਿਖੋ :

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 5 & 0 & -2 \\ 3 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

(ਅ) ਇਹ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਕਿ :

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{ਦਿਖਾਉ } (ABC)' = C'B'A'. \quad 10,10$$

ਭਾਗ—ਸ

VII. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਐਲ. ਪੀ. ਪੀ. ਨੂੰ ਸਿੰਪਲੈਕਸ ਵਿਧੀ ਦੁਆਰਾ ਹੱਲ ਕਰੋ :

$$\text{ਮੈਕਸੀਮਾਈਜ਼ } Z = 20x_1 + 30x_2$$

ਨਿਯੰਤ੍ਰਣ ਦੇ ਅਧੀਨ :

$$3x_1 + 3x_2 \leq 36$$

$$5x_1 + 2x_2 \leq 50$$

$$2x_1 + 6x_2 \leq 60$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

20

VIII. (ੳ) ਸ਼ੈਡੋ ਕੀਮਤਾਂ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਬਾਰੇ ਵਿਆਖਿਆ ਕਰੋ।

(ਅ) ਇੱਕ ਗੋਮ ਵਿੱਚ ਦੋ ਖਿਡਾਰੀਆਂ ਨਾਲ ਸਿਕੇ ਮਿਲਾਏ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਮੰਨ ਲਓ ਜਦੋਂ ਦੋ ਹੈਡ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਤਾਂ A ਮੁੱਲ ਦੀ ਇੱਕ ਯੂਨਿਟ ਜਿੱਤ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਅਤੇ ਕੁਝ ਵੀ ਨਹੀਂ ਜਿੱਤਦਾ ਜਦੋਂ ਦੋ ਟੇਲ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ $\frac{1}{2}$ ਯੂਨਿਟ ਨਾਲੋਂ ਹਾਰ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ 1 ਟੇਲ ਅਤੇ 1 ਹੈਡ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਪੇ ਆਫ ਮੈਟਰਿਕਸ, ਹਰੇਕ ਖਿਡਾਰੀ ਲਈ ਵਧੀਆ ਰਣਨੀਤੀਆਂ ਅਤੇ ਖਿਡਾਰੀ A ਲਈ ਖੇਡ ਦੀ ਕੀਮਤ ਦਾ ਨਿਰਧਾਰਨ ਕਰੋ।

10,10